SEMESTRAL

UNI

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

SEMESTRAL

UNI





Álgebra

Tema: Valor absoluto I

Docente: Phflucker H. Coz

1. Si se cumple que

$|x^2+6x+k+1| = x^2+6x+k+1$; $\forall x \in \mathbb{R}$,

halle la variación de k.

A) $\langle -\infty; 8]$
B) $[8; +\infty\rangle$
C) $[-4; +\infty\rangle$
D) $\langle -\infty; -8]$
E) $[-8; +\infty\rangle$

Resolución

S'q': Si $|b| = b \Rightarrow b \geq 0$

$\Rightarrow (1)x^2 + 6x + (k+1) \geq 0$; $\forall x \in \mathbb{R}$

Por teor. del trinomio no negativo

$1 > 0$ (es evidente) $\wedge$ $\Delta \leq 0$

$b^2 - 4ac \leq 0$

$36 - 4(1)(k+1) \leq 0$

$9 - (k+1) \leq 0$

$8 \leq k$

2. Se define

$$f_{(x)} = \frac{|2x-5|+2}{|2x-5|};\quad x \in \langle 3; 5]$$

Halle la variación de $f_{(x)}$.

A) $\left\langle \frac{2}{5}; 2 \right]$

B) $\left[\frac{2}{8}; \frac{1}{2} \right\rangle$

C) $\left[\frac{7}{5}; 3 \right\rangle$

D) $\left[-\frac{3}{5}; 2 \right\rangle$

E) $\langle 3; +\infty \rangle$

Resolución

$$f(x) = \frac{|2x-5|}{|2x-5|} + \frac{2}{|2x-5|}$$

$$f(x) = 1 + \frac{2}{|2x-5|}; \quad 3 < x \leq 5$$

por 2: $6 < 2x \leq 10$

resto 5: $1 < 2x-5 \leq 5$

$\Rightarrow 1 < |2x-5| \leq 5$

invierto: $1 > \frac{1}{|2x-5|} \geq \frac{1}{5} \Rightarrow 2 > \frac{2}{|2x-5|} \geq \frac{2}{5}$

Sumo 1: $3 > f(x) \geq \frac{7}{5}$

obs $2 \leq x < 9 \Rightarrow |2| \leq |x| < |9|$ ✓

$-5 < x \leq -3 \Rightarrow |-5| > |x| \geq |-3|$

$-6 < x < 4 \Rightarrow 0 \leq |x| < \underbrace{|-6|}_{6}$

abierto

3. Dada la expresión matemática

$P_{(x)} = |x-3| + |7-x|$

Dada las siguientes proposiciones:

V I. La ecuación $P_{(x)} = |6-2x|$ presenta solución única.

F II. Si $P_{(x)} = |2x-10|$, $x \in \langle -\infty ;\ 3]$, tiene CS={3}

V III. Si $P_{(x)} = |2x-8|$, $x \in \langle 4;\ 7\rangle$, tiene CS={6}

Indique cuál o cuáles son correctas.

A) Solo I
B) I y III
C) Solo II
D) Solo III
E) I, II y III

Resolución

$P_{(x)} = |x-3| + |x-7|$

I) $|x-3| + |x-7| = |2x-6|$

$2|x-3|$

$|x-7| = |x-3|$

$x-7 = x-3 \ \vee \ x-7 = -x+3$

$x \in \phi$ $\quad x = 5$

$\therefore C.S. = \{5\}$

II) $|x-3| + |x-7| = |2x-10|$; $x \leq 3$

(−) (−) (−)

$-x+3-x+7 = -2x+10$

$0x = 0$

Se cumple $\forall x \in \langle -\infty ; 3]$

III) $|x-3| + |x-7| = |2x-8|$; $4 < x < 7$

+ − +

$x-3-x+7 = 2x-8$

$4 = 2x-8$

$x = 6$

$C.S. = \{6\}$

4. Determine el módulo del producto de soluciones de la ecuación

$$\left(\frac{x^2}{x+3}\right)^2+6\left|\frac{x^2}{x+3}\right|-27=0$$

A) 27 B) 81 C) 1

D) 3 E) 9

Resolución

$$\left|\frac{x^2}{x+3}\right|^2+6\left|\frac{x^2}{x+3}\right|-27=0$$

9

−3

$\left|\frac{x^2}{x+3}\right|=-9 \vee \left|\frac{x^2}{x+3}\right|=3$

absurdo

$\Rightarrow \frac{x^2}{x+3}=3 \vee \frac{x^2}{x+3}=-3 \quad (x\neq-3)$

$x^2-3x-9=0 \vee x^2+3x+9=0$

$x_1;x_2\in\mathbb{R}$ $\quad x\in\phi$

$x_1\cdot x_2=-9$

$\Rightarrow |-9|=9$

5. Dada la ecuación de incógnita x

$$x^2 + (n+m)|x| + nm = 0$$

Indique la secuencia correcta luego de determinar el valor de verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones.

V I. Si $mn < 0$, la ecuación admite dos soluciones.

F II. Si $mn > 0$, la ecuación admite 4 soluciones.

V III. Si $m < n < 0$, la ecuación admite 4 soluciones.

A) VFV B) VVF C) FFV

D) FVF E) FFF

Resolución

$|x|^2 + (m+n)|x| + m.n = 0$

$|x| \qquad m$

$|x| \qquad n$

$|x| = -m \quad \vee \quad |x| = -n$

I) Si $mn<0$: $|x| = -m \quad \vee \quad |x| = -n$

m y n tienen signos $\neq$s

$+ \qquad -$

$\Rightarrow |x| = (-) \quad \vee \quad |x| = +$

absurdo $\qquad x_1 = \ ; x_2$

II) Si $mn>0$: $|x| = -m \quad \vee \quad |x| = -n$

m;n mismo signo

$+ \qquad +$

$|x| = - \quad \vee \quad |x| = -$

absurdo $\qquad$ absurdo

III) $m<n<0$: $|x| = -m \quad \vee \quad |x| = -n$

$m \neq n$

$+ \qquad +$

$x_1 = \ ; x_2 = \qquad x_3 = \ ; x_4 =$

6. Luego de resolver la ecuación

$$\frac{|x-1|}{|x|-1}=|1+|x||$$

determine el número de soluciones.

A) 1 B) 3 C) 0
D) 4 E) 2

Resolución

Necesariamente $|x|-1 \neq 0 \Rightarrow |x| \neq 1$

$x \neq 1; -1$

$$\frac{|x-1|}{|x|-1}=1+|x|$$

$|x-1| = |x|^2 - 1^2$

$|x-1| = x^2-1$ $\quad (x^2-1 \geq 0)$

$x-1 = x^2-1 \quad \vee \quad x-1 = -x^2+1$

$x^2-x=0 \qquad x^2+x-2=0$

$x(x-1)=0$

$x=0 \quad \vee \quad x=1 \qquad x=-2 \quad \vee \quad x=1$

pero no cumple el C.V.A

$\therefore$ C.S. $= \{-2\}$

7. Sea S el conjunto solución de la ecuación

$|x-1| = ax$

Dadas las siguientes proposiciones:

I. Si $a > 0$, entonces $S = \left\{\frac{1}{a+1}; \frac{1}{1-a}\right\}$. F

II. Si $0 < a < 1$, entonces $n(S) = 2$. V — Cardinal de S

III. Si $a < -1$, entonces $S = \left\{\frac{1}{a+1}\right\}$. V

Indique cuál o cuáles son correctas.

A) Solo I
B) II y III
C) Solo III
D) Solo II
E) I, II y III

Resolución

$|x-1| = ax$

$ax \geq 0 \wedge (x-1 = ax \vee x-1 = -ax)$

$x - ax = 1 \qquad x + ax = 1$

$x(1-a) = 1 \qquad x(1+a) = 1$

$ax \geq 0 \wedge ((1-a)x = 1 \vee (1+a)x = 1)$

I) Si $a > 0$: ($a = 1$) $\quad 0 \cdot x = 1$ absurdo $\qquad x = \frac{1}{1+a}$

II) Si $0 < a < 1$: ($a = +$) $\quad x = \frac{1}{1-a}$ (+) $\qquad x = \frac{1}{1+a}$ (+)

III) Si $a < -1$: ($a = -$) $\quad x = \frac{1}{1-a}$ (+) $\quad \vee \quad x = \frac{1}{1+a}$ (−)

no cumple $\qquad$ cumple $ax \geq 0$

8. Si α es solución de la ecuación

$$||3-2x|-1|=2|x|$$

Resuelva la ecuación $|x^2-\alpha|=\alpha$

A) $\left\{\frac{1}{2}\right\}$ B) $\left\{0;\frac{1}{2}\right\}$ C) $\{2;-2\}$

D) $\{0;1;-1\}$ E) $\{1;-1\}$

Resolución

$$||2x-3|-1|=|2x|$$

Sea $2x=n$: $||n-3|-1|=|n|$

$n = 1$

$$2x=1 \Rightarrow x=\frac{1}{2}$$

$$\alpha=\frac{1}{2}$$

Luego

$$\left|x^2-\frac{1}{2}\right|=\frac{1}{2}$$

$$x^2-\frac{1}{2}=\frac{1}{2} \quad \vee \quad x^2-\frac{1}{2}=-\frac{1}{2}$$

$$x^2=1 \quad \vee \quad x^2=0$$

$$x=\pm 1 \qquad x=0$$

9. Dados los conjuntos

$A=\{x\in\mathbb{R}\ /\ ||x-3|-x|=3\}$

$B=\{x^2\in\mathbb{Z}\ /\ |3x^2-7|=x^2+3\}$

Determine $A-B$.

A) $[3;+\infty\rangle$ B) $[3;+\infty\rangle\cup\{0\}$ C) $\langle-\infty;3]\cup\{0\}$

D) $[3;+\infty\rangle\cup\{0\}-\{5\}$ E) $[0;+\infty\rangle\cup\{1;5\}$

Resolución

$* \ A=\{x\in\mathbb{R}/\ ||x-3|-x|=3$

$|x-3|-x=3 \ \vee \ |x-3|-x=-3$

$|x-3|=x+3 \ \vee \ |x-3|=x-3$

$x-3=x+3 \vee x-3=-x-3$; $x-3\geq 0$

$0x=6$; $2x=0$, $x=0$ ✓ ; $x\geq 3$



$\therefore$

$* \ B=\{x^2\in\mathbb{Z}/\ |3x^2-7|=x^2+3\}$

$3x^2-7=x^2+3 \ \vee \ 3x^2-7=-x^2-3$

$x^2=5$; $x^2=1$

$\therefore B=\{5;1\}$



GRACIAS

SÍGUENOS:

academiacesarvallejo.edu.pe